

Εργασία 3

Μια δημόσια υπηρεσία θέλει να προγραμματίσει το πλάνο παραγγελίας χαρτιού που είναι απαραίτητο για τη λειτουργία όλων των διοικητικών τμημάτων. Στους τελευταίους 12 μήνες η κατανάλωση χαρτιού (σε κούτες) κυμάνθηκε στα ακόλουθα επίπεδα:

Μήνες	Κατανάλωση	Μήνες	Κατανάλωση
1	19	7	15
2	18	8	19
3	22	9	21
4	20	10	18
5	19	11	17
6	16	12	14

Κάθε παραγγελία επιφέρει ένα σταθερό διαχειριστικό κόστος ύψους €100, ενώ κάθε κούτα χαρτιού κοστίζει €20. Οι παραγγελίες γίνονται σε ποσότητες πολλαπλάσιες των 5 μονάδων. Κάθε κούτα που αποθεματοποιείται για περίοδο ενός μήνα έχει εκτιμηθεί ότι επιφέρει ένα κόστος αποθεματοποίησης ύψους €1,1, ενώ οι παραδόσεις γίνονται δύο ημέρες μετά την παραγγελία.

Ερωτήματα:

1. Διαμορφώστε μια εκτίμηση της μηνιαίας ζήτησης (σε ακέραια ποσότητα) ώστε να εφαρμόσετε το μοντέλο του Wilson. Υπό ποιες τις προϋποθέσεις θα θεωρούσατε “ασφαλή” τη χρήση της εκτίμησης αυτής στο μοντέλο του Wilson;
2. Στην αρχή της προηγούμενης χρονιάς η υπηρεσία είχε ένα αρχικό απόθεμα από 15 κούτες χαρτιού και πραγματοποίησε παραγγελίες ύψους 40 μονάδων κάθε φορά που υπήρχε εξάντληση του διαθέσιμου αποθέματος. Σχεδιάστε την εξέλιξη του αποθέματος για μια περίοδο 12 μηνών και υπολογίστε το αντίστοιχο συνολικό κόστος, θεωρώντας ότι η ζήτηση κάθε μήνα είναι σταθερή και ίση με την εκτίμηση που ορίσατε στο ερώτημα 1.
3. Προσδιορίστε το πλάνο παραγγελιών (ποσότητα και συχνότητα παραγγελιών) που ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος ανά μονάδα χρόνου και βάσει αυτού απαντήστε στα ακόλουθα:
 - α) Πόσο είναι το απόθεμα τη στιγμή κάθε παραγγελίας;
 - β) Ποια είναι η εξοικονόμηση που αποφέρει αυτός ο προγραμματισμός παραγγελιών σε σχέση με την πρακτική που ακολουθεί η υπηρεσία (όπως περιγράφηκε στο ερώτημα 2); Που οφείλεται η εξοικονόμηση αυτή (στο κόστος των παραγγελιών ή στο κόστος αποθεματοποίησης);
4. Έστω τα ακόλουθα στοιχεία:

- q_r^* η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας που αντιστοιχεί σε ζήτηση r (αγνοώντας την απαίτηση για παραγγελίες σε ποσότητες πολλαπλάσιες των 5 μονάδων),
- $C_r(q_r^*)$ το μηνιαίο κόστος εάν η οικονομική ποσότητα είναι q_r^* και η ζήτηση είναι ίση με r (αγνοώντας το μοναδιαίο κόστος των παραγγελιών),
- q^* η οικονομική ποσότητα που υπολογίσατε στο ερώτημα 3,
- $C_r(q^*)$ το μηνιαίο κόστος εάν η οικονομική ποσότητα είναι q^* και η ζήτηση είναι ίση με r (αγνοώντας το μοναδιαίο κόστος των παραγγελιών).

Συμπληρώστε τα στοιχεία του παρακάτω πίνακα για τα επίπεδα ζήτησης που δίνονται στην 1η γραμμή και βάσει των αποτελεσμάτων απαντήστε στα ερωτήματα που ακολουθούν:

Ζήτηση r	9	12	15	18	21	24	27
Ποσότητα q_r^*							
Κόστος $C_r(q_r^*)$							
Κόστος $C_r(q^*)$							

- α) Παρουσιάστε γραφικά την αναλογία $C_r(q^*)/C_r(q_r^*)$ (κάθετος άξονας) σε σχέση με την αναλογία r/r^* (οριζόντιος άξονας), όπου r είναι τα επίπεδα ζήτησης του παραπάνω πίνακα και r^* το επίπεδο της ζήτησης που χρησιμοποιήσατε στους υπολογισμούς σας στο ερώτημα 3.

- β) Πώς σχολιάζετε τα αποτελέσματα ως προς την ευαισθησία του κόστους σε σχέση με τη ζήτηση;
 γ) Η υποεκτίμηση ή η υπερεκτίμηση της ζήτησης είναι εκείνη που οδηγεί σε μεγαλύτερες αποκλίσεις στο κόστος σε σχέση με το επίπεδο που είχε αρχικά εκτιμηθεί (βάσει της εκτίμησης r^* για τη ζήτηση);

5. Αγνοώντας το μοναδιαίο κόστος u στο μοντέλο του Wilson, δείξτε ότι ο λόγος $C_r(q^*)/C_r(q_r^*)$ του προηγούμενου ερωτήματος, δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{C_r(q^*)}{C_r(q_r^*)} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{r}{r^*}} + \sqrt{\frac{r^*}{r}} \right)$$

6. Θεωρώντας ότι επιτρέπονται ελλείψεις με μοναδιαίο κόστος p (€/μον./μήνα) και τη συνάρτηση κόστους ανά μονάδα χρόνου:

$$C(q, S) = \frac{Kr}{q} + \frac{hS^2}{2q} + \frac{p(q-S)^2}{2q}$$

- α) Δείξτε ότι στο βέλτιστο προγραμματισμό των παραγγελιών, ο οποίος ορίζεται ως:

$$q^* = \sqrt{\frac{2rK(h+p)}{hp}} \quad S^* = \frac{pq^*}{h+p}$$

ισχύουν τα εξής:

- το κόστος ανεφοδιασμού ανά μονάδα χρόνου είναι ίσο με το άθροισμα των εξόδων αποθεματοποίησης και έλλειψης ανά μονάδα χρόνου.
- το ελάχιστο συνολικό κόστος είναι $C(q^*, S^*) = \sqrt{\frac{2rKph}{h+p}}$.

- β) Δεδομένου ότι το μοναδιαίο κόστος έλλειψης είναι 10€/μον./μήνα, ποια είναι η εξοικονόμηση κόστους που προκύπτει από τον προγραμματισμό των παραγγελιών με ελλείψεις έναντι του προγραμματισμού που ορίσατε στο ερώτημα 3; Πόσο είναι το μέγιστο επίπεδο έλλειψης στο νέο αυτό προγραμματισμό;